

## 《地基光电望远镜技术》专题文章导读

王建立

中国科学院长春光学精密机械与物理研究所

400年前望远镜的发明,给以观测为基础的天文学的发展带来了革命性的变化。以光电探测器为终端的望远镜称之为光电望远镜,它在研究宇宙起源及其物质组成,恒星形成与演变,星系分布、结构及演变物理过程;发现新天体和探索宇宙中是否有生命体及人类在宇宙中能否生存;探测威胁地球的近地小行星,利用宇宙为人类的生产和生活服务等方面发挥了重要作用。随着人类空间活动的开展,光电望远镜在空间目标探测、空间环境监测、重大航天活动和激光光束控制等方面也极具应用前景。

自上世纪70年代以来,在望远镜的制造方面发展了许多新技术,这些技术涉及光学、材料、力学、计算机、自动控制、精密机械和图像处理等多个领域,使望远镜的制造突破了镜面口径的局限,并且降低了造价,简化了望远镜结构。特别是主动光学技术的出现和应用,使望远镜的设计思想有了新的飞跃。

为满足空间目标探测和天文研究的大口径光电望远镜研制需求,长春光机所2007年2月成立了光电探测技术研究室,开展空间目标探测与识别总体概念、新技术、新方法和设备制造技术研究,旨在突破地基空间目标高分辨率成像大口径望远镜需要的关键技术及系统总体集成技术。

本专题是光电探测技术研究室在地基光电望远镜光学系统误差分配、光学材料、拼接镜面主动控制、跟踪系统测试和图像处理技术研究的初步阶段成果。

《光电跟踪伺服系统的频率特性测试与模型辨识》一文,提出了一种新型频率特性测试方法,并对该方法所使用的激励信号、数据采集方式、幅值和相位提取算法、模型辨识算法进行了研究。实验结果证明,这种测试方法不仅有效而且快捷,获得的结果可以为控制系统仿真、算法研究提供理论依据。

《1.2 m SiC 主镜轻量化设计与分析》一文,采用夹心三明治结构扇形轻量化孔形式设计了1.2 m SiC 轻量化主镜,给出了具体设计参数和支撑方式,对SiC应用于大型反射镜面进行了积极有益的探讨。目前该轻量化主镜已在加工制造中,我们期待其最后的检测结果。

《捆绑式望远镜图像信噪比测量及分析》一文,对多镜头叠加视场的图像叠加处理方法进行了研究,4帧图像叠加后的图像信噪比平均为单帧图像信噪比的1.58倍,从信噪比角度计算探测能力近似提高0.5个星等,在提高大视场望远镜空间碎片探测能力方面具有一定的优越性。

《拼接镜的主动光学面形控制》一文,建立了正六边形子镜拼接的面形控制方程,研究了传感器的安装位置对面形控制的影响,对于指导大型拼接望远镜的传感器安装有一定的指导意义。

《大口径望远镜光学系统的误差分配与分析》一文,首先根据设计确定总体误差标准,然后计算误差分配的项数,最后依据分配原则,结合实际加工和装调水平,给出了合理的误差分配结果。在大型望远镜光学系统的误差分配方法上具有一定借鉴意义。

文章编号 1004-924X(2009)01-0078-07

# 光电跟踪伺服系统的频率特性测试与模型辨识

王 帅<sup>1,2</sup>, 陈 涛<sup>1</sup>, 李洪文<sup>1</sup>, 王建立<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

**摘要:**基于光电跟踪伺服系统全数字化的特点,提出了一种新型频率特性测试方法,并对该方法所使用的激励信号、数据采集方式、幅值和相位提取算法、模型辨识算法进行了研究。利用数字运动控制器产生离散的正弦扫频信号,同时采集响应信号并存储在磁盘上,对其进行测试后,将文件导入 Matlab 进行数据预处理;然后,采用相关分析方法计算输入输

收稿日期:2008-08-18;修订日期:2008-10-21.

基金项目:中国科学院三期创新基金资助项目

出信号的幅度比和相位差;最后,利用递阶辨识算法将测量得到的数据转化为高精度的传递函数。实验结果表明,测试信号基本可以覆盖伺服控制系统的频带宽度,在系统的中频段可以获得幅度 $\pm 0.5$  dB和相位 $\pm 1^\circ$ 的辨识精度,在高频段也可以使用双二节滤波器拟合出机械谐振频率,证明了该方法的有效性和实用性。

**关键词:**光电跟踪;伺服控制;频率响应测试;模型辨识;机械谐振

**中图分类号:**V556 **文献标识码:**A

## Frequency characteristic test and model identification for O-E tracking servo system

WANG Shuai<sup>1,2</sup>, CHEN Tao<sup>1</sup>, LI Hong-wen<sup>1</sup>, WANG Jian-li<sup>1</sup>

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,*  
*Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)*

**Abstract:** A frequency response measurement method was proposed based on the digitization characteristics of O-E tracking servo system. The testing signal, data acquisition mode, the extraction of amplitude and phase, and hierarchical identification were investigated. The swept-sine signals were generated in the digital motion controller, and the response waveform was sampled and stored on disk automatically. After testing, the stored data were transferred to PC and preprocessed with Matlab software. The phase difference and amplitude ratio were estimated via correlation analysis. Finally, the measurement frequency-domain data were transferred into accurate transfer function with the hierarchical identification method. The experimental results show that the frequency band of the exciting signal is enough for measuring spectra of control systems, and the magnitude phase measurement accuracies of transfer function are  $\pm 0.5$  dB and  $\pm 1^\circ$  in middle frequency range, respectively, also the parameters of mechanical resonant frequencies can be identified with a bi-quadratic filter in high frequency range. These results confirm that the proposed method is effective and practical.

**Key words:** opto-electronic tracking; servo control; frequency response measurement; model identification; mechanical resonance

### 1 引言

在光电跟踪伺服控制系统设计中,基于经典控制理论的对数频率综合法仍然是最主要和最成熟的控制方法<sup>[1-3]</sup>,但作为频域设计方法的基础,要求获得被控对象的传递函数。目前,工程上使用的传递函数测试方法或者过于简单,测试信息不完备,或者需要专门的测量仪器,成本昂贵,如文献[4-5]使用的阶跃响应法可以测得伺服系统的机械时间常数和电气时间常数,但无法获得低频机械谐振等重要信息,文献[6-7]使用频域测定

法可以获得系统较完整的频率特性,但数据的获取需要使用专门的测试仪器,如动态信号分析仪,增加了测试成本。

本文针对光电跟踪伺服系统全数字化的特点,提出了一种数字式频率响应测试方案,该方案充分利用设备本身的结构特点,无需额外的硬件开销,就可以测试系统的频率特性。文中讨论了该测试方法使用的激励信号以及数据采集方式,并研究了基于相关分析的幅度比和相位差提取算法、基于参数递阶辨识原理的模型辨识算法,最后给出了应用实例。实验结果表明,该测试方法具有简单快捷、测试精度高和低成本等特点。

## 2 测试原理

数字式光电跟踪伺服系统的典型结构如图 1 所示,速度反馈、速度回路校正、位置反馈和位置回路校正都是由数字运动控制器完成的<sup>[8]</sup>。在进行控制系统的频率特性测试时,利用控制器可编程的特点,只需在控制器中的 A 点产生离散的正弦波信号,驱动转台做正弦摆动,同时在 B 点记录系统的输出速度,等完成设定的采样周期数即可终止采样,并将数据存盘,重复上述过程,不断改变输入信号的频率,就可获得所要测试频率范围的输入输出数据,最后将存盘数据上传至 PC 机,利用 MATLAB 进行数据处理,进而绘制出系统的开环 Bode 图以及辨识出系统的传递函数。

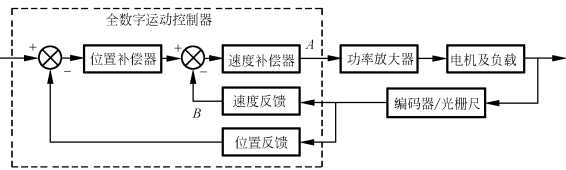


图 1 光电跟踪伺服系统框图

Fig. 1 Block diagram of O-E tracking servo system

## 3 信号产生、数据采集与处理

### 3.1 测试信号的建立与输出信号采集

为了准确地获得被控对象的频率特性数据以及传递函数,首先要合理地选择测试信号。频率响应测试中输入的激励信号为正弦扫频信号,一般可以按线性扫频和对数扫频两种方式生成。线性扫频时,信号的频率从最小值开始到最大值结束,频率按固定的增量变化,对数扫频时频率按对数逐步改变。对数扫频的优点是信号频率  $\omega$  的分布,在对数刻度上是均匀的,能方便地获得对数频率特性上所必需的点,假设扫频点数为  $N$ ,则每个频率点的频率为<sup>[9]</sup>:

$$\omega_i = \omega_{\min} \left( \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} \right)^{\frac{i}{N-1}}, \quad (i=0, 1, \dots, N-1), \quad (1)$$

式中  $\omega_{\min}$  和  $\omega_{\max}$  分别为测试的最低频率和最高频率,  $\omega_i$  为算得的第  $i$  个点的测试频率。

对于信号的选取要注意如下原则<sup>[10]</sup>: (1) 最低频率应该选择为被测对象的第一个转折频率的 1/2 或者更低; (2) 高频段测试时,信号的幅值适

当选得大一些,以防止因衰减过大而使输出不明显,但要防止系统饱和; (3) 为了使用后面提到的算法进行数据处理,要求每个频率点的测试时间必须为信号周期的整数倍; (4) 信号的采样频率要大于运动控制系统各个环节最高谐振频率的两倍,以满足采样定理。

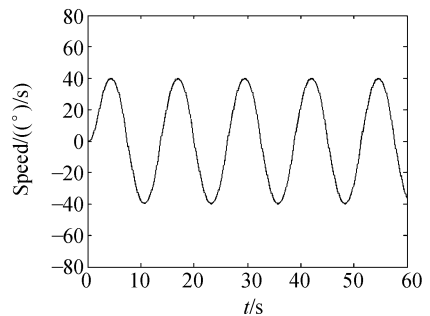
实际测试时只需输入正弦扫频信号的幅度,频率范围,以及扫频点数等信息,测试程序将自动步进频率,并将不同频率点下采集到的数据分别存储在不同的数据文件中。为方便后续处理,可以在数据文件的头几个字节标明当次测量信号的频率、幅度等关键参数。另外为实现输入信号与输出信号的同步,将离散正弦信号发生器和输出信号采集程序放在同一个中断函数中完成,这样就可实现高精度的自动化测量,提高工作效率。

### 3.2 数据处理与 BODE 图绘制

测试完毕后,将存盘数据传给 PC 机,利用 MATLAB 软件的计算能力与绘图功能实现数据的预处理、幅度相位计算以及 BODE 图绘制。

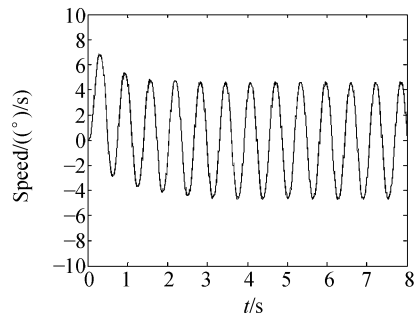
#### 3.2.1 数据预处理

数据预处理主要包括剔除粗大误差和稳态截



(a) 低频输出结果

(a) Output in low frequency



(b) 高频输出结果

(b) Output in high frequencies

图 2 不同频率下测试曲线

Fig. 2 Measurement results with different frequencies

取。由于干扰的存在,使得测量结果中的某些点严重偏离实际值,在 MATLAB 中使用 plot 函数将采样数据用图形的方式表示出来,如果发现异常值,可以直接将其剔除,为保证信号的连续性,被剔除点的数据可以用插值的方式来填补。

稳态截取主要针对瞬态响应问题,如果测试频率比较低,那么这种影响基本可以忽略,但当测试频率比较高时,这种影响将会带来计算误差。图 2 是某系统测试时,信号频率分别为 1 rad/s 和 20 rad/s 的输出曲线,从图中可以看出,对于高频输入,系统经过几个周期后才趋于稳定,因此数据处理时要进行稳态截取,取稳定后的测试数据进行计算。

### 3.2.2 幅度比和相位差计算

使用频域法测量系统传递函数,关键要获得 3 个重要信息:输入信号和输出信号的频率、幅度以及二者之间的相位差,这是绘制 Bode 图以及辨识传递函数的基础。对于数字式频率响应测试而言,输入的正弦测试信号的频率和幅值是已知的,关键是要测量出输出信号的幅度以及输入输出信号之间的相位差。目前,在相位和幅度的测量方法中,以基于计算机的谱分析方法和相关分析方法的测量精度最高,比较两种算法,FFT 算法的优势是它具备识别频率的能力,而相关分析算法对噪声具有很强的抑制能力<sup>[11-12]</sup>。由于测试信号的频率已知,故本文采用相关分析的方法,其原理如下:

设同频信号  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $y(t)$  如下所示,其中  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$  相位差为  $90^\circ$ ,

$$x_1(t) = A \sin(\omega t), \quad (2)$$

$$x_2(t) = A \cos(\omega t), \quad (3)$$

$$y(t) = B \sin(\omega t + \phi), \quad (4)$$

根据互相关函数定义,信号  $x(t)$ 、 $y(t)$  的互相关函数  $R_{xy}(\tau)$  的估计值为:

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t-\tau)dt, \quad (5)$$

当  $\tau=0$  时,将式(2)、(3)、(4)代入式(5)有

$$\hat{R}_{x_1y}(0) = \frac{AB}{2} \cos \phi, \hat{R}_{x_2y}(0) = \frac{AB}{2} \sin \phi, \quad (6)$$

根据自相关函数的定义, $x(t)$  的自相关函数  $R_x(\tau)$  的估计值为:

$$\hat{R}_x(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t-\tau)dt, \quad (7)$$

当  $\tau=0$  时,将式(2)、(4)代入式(7)有:

$$\hat{R}_x(0) = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t)dt = \frac{A^2}{2}, \quad (8)$$

$$\hat{R}_y(0) = \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t)dt = \frac{B^2}{2}, \quad (9)$$

那么有:

$$B = \sqrt{2\hat{R}_y(0)}, \phi = \arctan \frac{\hat{R}_{x_2y}(0)}{\hat{R}_{x_1y}(0)}.$$

由此可以求出输出信号的幅度,以及输入输出信号之间的相位差。

### 3.2.3 伯德图绘制

采用相关分析算法计算出每个频率点对应的幅度比和相位差,就可直接绘制出系统的开环频率特性曲线。值得注意的是,上述算法在计算相位差时采用的是反正切函数,当相位差  $< -90^\circ$  或  $> +90^\circ$  时,算得的角度值会产生跳变现象,这时要根据相角变化趋势进行  $\phi \pm n180^\circ$  的处理,其中  $n=1,2,\dots$ 。

### 3.3 模型辨识

有了被控对象的频率特性数据,就可以用曲线拟合的方法求得它的传递函数。考虑到实际系统存在着复杂的谐振环节,由于参数较多,为降低计算复杂度,可采用参数递阶辨识方法进行处理。其基本思想是按照被控对象的频率特性,将高阶系统分解为多个维数较小、参数较少的子系统,根据测量得到的频率特性数据,先辨识低频环节,得到结果后,再从得到的频率特性数据中将辨识出的低频环节修正掉,然后依次辨识高频环节,这样就可以得到完整的传递函数<sup>[3,13]</sup>。

对于转台控制系统,可通过机理分析的方法先建立其理想数学模型,对于系统的谐振环节,可采用一个或者若干个双二环节串联的形式,因此实际转台的开环传递函数即可表示为:

$$G(s) = G_M(s)G_{R_1}(s)G_{R_2}(s)\cdots G_{R_n}(s), \quad (10)$$

式中, $G_M(s)$  表示系统的理想数学模型, $G_{R_i}(s)$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 表示引起机械谐振的第  $i$  个的双二环节,其模型为

$$G_R(s) = \frac{s^2 + as + \omega_{1n}^2}{s^2 + bs + \omega_{2n}^2}, \quad (11)$$

式中, $\omega_{1n}$  为二阶微分环节的自然频率, $\omega_{2n}$  为振荡环节的自然频率; $a, b$  为实系数,且  $a > 0, b > 0$ 。

## 4 实例分析

按照本文提出的方法,对某一型号光电跟踪

转台的方位轴进行了频率特性测试。整个系统由机械平台、力矩电机、PWM 功率放大器和伺服系统 4 大部分组成,其中机械平台和电机直接耦合,伺服系统以基于 PC104 总线的嵌入式计算机为控制核心,完成速度、位置双闭环控制,绝对式编码器用来完成速度、位置反馈。系统的采样频率为 1 kHz,扫频信号的起始、结束频率分别设定为 0.1 rad/s 和 600 rad/s,这样至少可以分析系统 95 Hz 之前的频率特性。

测试结果如图 3 所示,由测试曲线可以看出,在  $\omega$  为 1~2 rad/s 时,出现了第一个频率转折点,在  $\omega$  为 300~400 rad/s 时,出现了第二个频率转折点,而在  $\omega$  为 400~500 rad/s,幅值和相位急剧变化,出现了谐振现象。

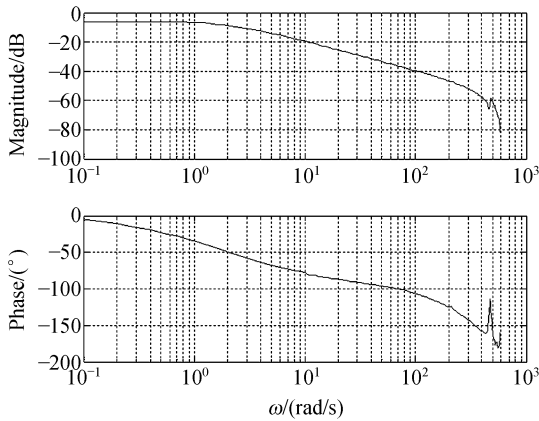


图 3 开环频率特性测试结果

Fig. 3 Measured open-loop frequency response

测试结果完整地获得了系统的高中低频段信息,利用参数递阶辨识原理拟合出系统的中低频环节的传递函数为:

$$G_L(s) = \frac{0.52}{(0.48s+1)(0.0028s+1)}, \quad (12)$$

在对高频段拟合时,先从被控对象的频率特性曲线中修正掉已得到的环节,再进行拟合,结果如下:

$$G_H(s) = \frac{1+0.00012s+(0.0021s)^2}{1+0.00015s+(0.002s)^2} \times \frac{1+0.0001s+(0.0018s)^2}{1+0.00054s+(0.0018s)^2}, \quad (13)$$

系统总的传递函数即为:

$$G(s) = G_L(s)G_H(s). \quad (14)$$

图 4 是实测频率特性与辨识所得传递函数的频率特性之间的误差曲线,从辨识结果可以看出:

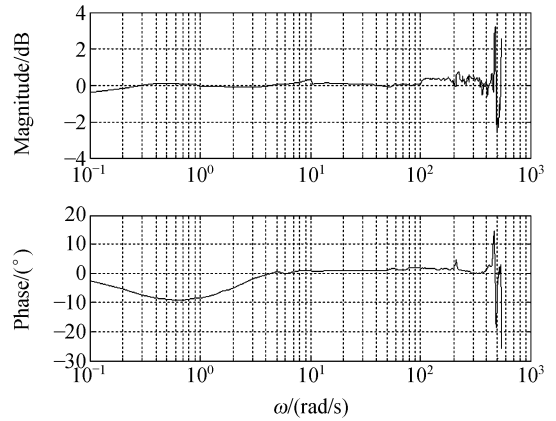


图 4 辨识误差

Fig. 4 Identification errors

频率在 10~200 rad/s 时,幅频特性绝对误差  $< 0.5$  dB,相频特性绝对误差  $< 1^\circ$ ,辨识精度很高;频率  $< 400$  rad/s 时,由于系统存在多个小机械谐振环节,并没有对其进行全部辨识,导致幅频特性误差和相频特性误差都增大,另外频率在  $< 10$  rad/s 时,幅频特性绝对误差虽然  $< 0.5$  dB,但最大相频特性误差接近  $-10^\circ$ ,分析可能是由于摩擦带来的影响。因为电机在加速过程中,摩擦起阻碍加速作用,在减速过程中,摩擦又起增加减速作用,总体上使得系统加速慢减速快,表现在相频特性上就会出现相角滞后。由于曲线拟合时未考虑这一非线性因素,故引入计算误差。

## 5 结 论

本文提出了一种数字式光电跟踪伺服系统的频率特性测试方法。通过数字运动控制器产生正弦扫频信号激励被控对象,同时记录响应信号,数据处理时,采用相关分析算法提取幅度比和相位差信息,最后利用参数递阶辨识原理,分段拟合,可以将测量得到的频率特性数据转换为高精度的传递函数,其中在体现控制系统重要特征的中频段,幅度绝对误差  $< 0.5$  dB,相位绝对误差  $< 1^\circ$ ,在高频段,也可以将复杂的机械谐振环节拟合出来。实验结果证明,这种测试方法不仅有效而且快捷,获得的结果可以为控制系统仿真、算法研究提供理论依据。

## 参考文献:

- [1] 秦继荣,沈安俊.现代直流伺服控制技术及其系统设计[M].北京:机械工业出版社,2000.  
QIN J R, SHEN A J. *The Technology and Design of Modern Direct Current Servo Control System* [M]. Beijing: China Machine Press, 2000. (in Chinese)
- [2] 王建立.光电经纬仪电视跟踪伺服系统捕获跟踪快速运动目标技术的研究[D].长春:中国科学院长春光机所,2002.  
WANG J L. *Study on TV tracking system of O-E theodolite to track and acquire fast moving targets* [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics. Chinese Academy of Science, 2002. (in Chinese)
- [3] 胡浩军.运动平台捕获、跟踪与瞄准系统视轴稳定技术研究[D].长沙:国防科学技术大学,2005.  
HU H J. *Line-of-sight stabilization of acquisition, tracking and pointing system on moving bed* [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002. (in Chinese)
- [4] 王修中,岳红,高东杰.二阶加滞后连续模型的直接辨识[J].自动化学报,2001,27(5):728-731.  
WANG X ZH, YUE H, GAO D J. Direct identification of continuous second-order plus dead-time model[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2001, 27(5): 728-731. (in Chinese)
- [5] 王伟国,陈涛,沈湘衡.直流伺服系统机械时间常数测试方法的研究[J].仪器仪表学报,2005,8(增):66-67.  
WANG W G, CHEN T, SHEN X H. The research for test measure of machine time of DC servo system [J]. *Opt. and Precision Eng.*, 2005, 8(Supp.): 66-67. (in Chinese)
- [6] CASONE E, MANCINI D, SCHIPANI P. Galileo Telescope model identification [J]. *SPIE*, 1997, 3112: 343-350.
- [7] 胡浩军,马佳光,王强,等.快速控制反射镜系统中的传递函数辨识[J].光电工程,2005,32(7):1-3.  
HU H J, MA J G, WANG Q, *et al.*. Transfer function identification in a fast steering mirror system [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2005, 32(7):1-3. (in Chinese)
- [8] 王建立,陈涛,方中华,等.跟踪架频率特性的工程测试与数据分析[J].光学精密工程,2001,9(增):4-7.  
WANG J L, CHEN T, FANG ZH H, *et al.*. Measurement of tracking gimbal frequency response in engineering [J]. *Opt. and Precision Eng.*, 2001, 9 (Supp.): 4-7. (in Chinese)
- [9] 杨超.现代运动控制系统的数字式频响测试方法[J].计算机测量与控制,2006,14(11):1452-1455.  
YANG CH. Digital frequency response test method of modern motion control system [J]. *Computer Measurement & Control*, 2006, 14(11):1452-1455. (in Chinese)
- [10] 潘立登,潘仰东.系统辨识与建模[M].北京:化学工业出版社,2003.  
PAN L D, PAN Y D. *System Identification and Modeling* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2003. (in Chinese)
- [11] 吴俊清.相位差的数字化测量研究[J].应用基础与工程科学学报,2005.13(1):99-104.  
WU J Q. Research of digital measurement for phase difference [J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2005, 13(1):99-104. (in Chinese)
- [12] 韩建定,严东超,韩亚红.FFT及相关函数在电气参数测量中的应用[J].空军工程大学学报(自然科学版),2002,3(4):51-52.  
HAN J D, YAN D CH, HAN Y H. Application of FFT and correlated function in electric parameter measurement [J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2002, 3(4):51-52. (in Chinese)
- [13] 赵霞,姚郁,方强.递阶辨识方法在转台伺服系统调试中的应用研究[J].控制理论与应用,2002,19(2):229-234.  
ZHAO X, YAO Y, FANG Q. The study on the hierarchical identification method in the debugging of turntable servo system [J]. *Control Theory and Application*, 2002, 19(2):229-234. (in Chinese)

## 作者简介:



王 帅(1981—),男,河北秦皇岛人,博士研究生,主要从事光学望远镜精密跟踪和控制技术的研究。E-mail: wangxiaoshuai812@sohu.com



李洪文(1970—),男,汉族,四川乐至县人,副研究员,主要从事伺服系统及自动化方面的研究。E-mail: lihongwen1970@yahoo.com

## 导师简介:



陈 涛(1965—),男,内蒙古赤峰人,研究员,博士生导师,主要从事光电精密跟踪测量技术的研究。E-mail: chent@ciomp.ac.cn



王建立(1971—),男,山东曲阜人,研究员,博士生导师,主要从事空间目标探测技术和地基高分辨率成像光电望远镜总体技术的研究。E-mail: wangjianli@ciomp.ac.cn

## ● 下期预告

## 微小尺寸零件复杂边缘识别算法

张之敬,杜 芳,金 鑫,张 林

(北京理工大学 机械与车辆工程学院,北京 100081)

提出了一种基于显微图像的微小尺寸零件复杂边缘识别算法。该算法先对不同加工方法的边缘过渡区进行提取,建立边缘过渡区的多项式回归模型,再从多项式模型中根据加工特性和零件的实际应用,利用求导的方法确定边缘点精确位置。实验结果表明:精研磨零级 1 mm 标准量块的测量误差为 0.395。通过对精研磨、冲压、线切割三种常见微细加工方法建模分析得出:加工特性对微小型结构件边缘区域影响较大,边缘精确识别时应考虑加工特性的影响。该算法在思想上考虑了实际加工特性的影响,算法上加入了统计学方法,通过建立过渡区数学模型使边缘检测结果达到亚像素级,识别的单像素宽、连续的边缘能进一步满足精密测量的需要。